

Soru 1)

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \lambda x$$
 Hamiltonyeni verildiğine göre $\langle x \rangle$ ve $\langle p_x \rangle$ 'nin zamana göre

değişimlerini veren denklemleri kurunuz ve bu denklemleri çözünüz.

Soru 2)

Aşağıdaki komütasyon bağıntılarını hesaplayınız .

a) $[p_x, L_z]$ (Burada $L_z =$ açısal momentumun z bileşenidir.)

b) $[x^2, p_x^n]$

Soru 3)

a) Kuantum fiziksel bir sistemin Hamiltonyeni $H(\alpha)$ ve boylandırılmış özfonksiyonları $\psi_n(x)$ ve bunlara karşı gelen özdeğerler ise $E_n(\alpha)$ olsun (burada α sistemin bir parametresidir). Aşağıdaki bağıntının doğruluğunu gösteriniz.

$$\frac{d}{d\alpha} E_n(\alpha) = \int \psi_n^*(x) \frac{\partial H(\alpha)}{\partial \alpha} \psi_n(x) dx \quad (\text{Feynman teoremi})$$

b) Hidrojen atomunun Hamiltonyeni $H = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r}$ olup enerji özdeğerleri ise

$$E_n = -\frac{me^4}{2n^2\hbar^2}$$
 dir. Yukarıdaki teoremi kullanarak hidrojen atomu n 'inci enerji

düzeyindeyken

i) $\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \frac{me^2}{n^2\hbar^2}$ ve ii) $\left\langle \frac{p^2}{2m} \right\rangle = -E_n$

olduğunu gösteriniz. [Yardım : i) H 'nin e^2 'ye göre ii) m 'ye göre türevlerini alınız!]

Soru 4)

Aharonov-Bohm olayını kuantum mekaniksel açıdan ayrıntılı tartışınız.

Soru 5)

Hidrojen atomunun ince yapısını tartışınız; hangi fiziksel etkileşmeler enerji düzeylerinde yarılmalara yol açmaktadır?

Soru 6)

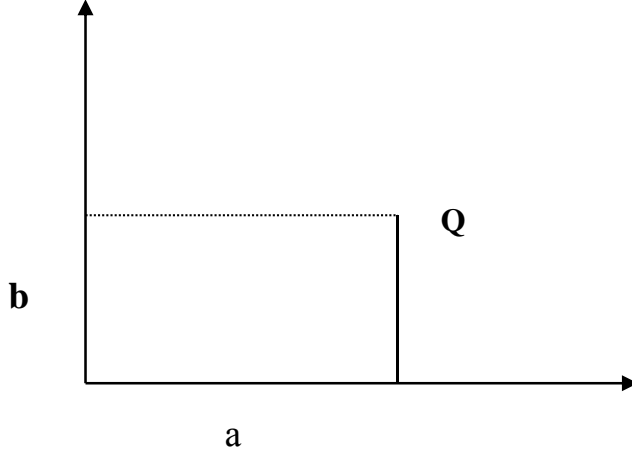
Lazerlerin çalışma prensibini kuantum mekaniksel olarak açıklayınız.

Soru 1)

R yarıçaplı bir kürenin üzerinde $\sigma = \sigma_0 \cos \theta$ şeklinde bir yük dağılımı vardır. Kürenin içinde ve dışında elektrik alanını ve potansiyelini bulunuz. Kürenin içinde depolanan enerji ne kadardır ?

Soru 2)

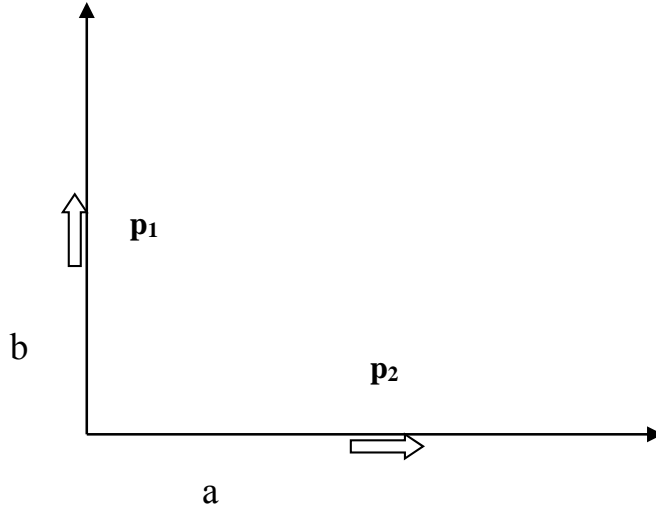
Q yükü şekilde görüldüğü gibi dik açılı iletken yarı sonsuz ve topraklanmış levhaların karşısına konulmuştur. $x > 0$ ve $y > 0$ çeyrek bölgesinde elektrik alanını ve levhalar üzerinde indüklenmiş yük yoğunluğunu hesaplayınız ve her birisindeki toplam indüklenmiş yükü bulunuz. Q yüküne etkileyen bir kuvvet var mıdır ?

**Soru 3)**

R yarıçaplı kürenin içerisinde $\rho = A r^2$ şeklinde yük dağılımı vardır ve toplam yük miktarı ise Q dur. Kürenin içinde ve dışında elektrostatik enerji yoğunluğunu hesaplayınız.

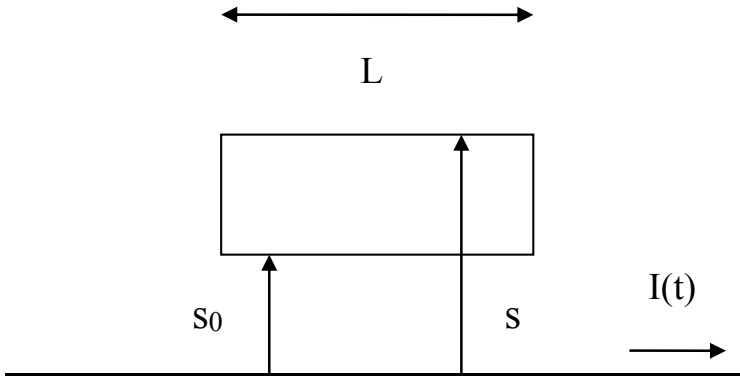
Soru 4)

y yönündeki p_1 elektrik dipolü ile x yönündeki p_2 elektrik dipolü şekilde görüldüğü yerleştirilmişlerdir. p_1 dipolünün koordinatları (0, b), p_2 dipolününki ise (a, 0) dir. Aralarındaki kuvveti ve elektrostatik potansiyel enerjiyi hesaplayınız.



Soru 5)

Sonsuz uzun doğrusal akım teli üzerinden $I(t)$ akımı akmaktadır. Şekilde görülen sabit ilmek üzerinde indüklenen elektrik alanının s uzaklığının fonksiyonu olarak bulunuz.



Soru 6)

Boşlukta Maxwell denklemlerini kaynaklı ortam için yazınız ve elektrik yükünün korunduğunu bu denklemlerden hareket ederek gösteriniz. Ayar dönüşümlerini tanımlayınız, önemini ve kullanım yararını özetle açıklayınız. Lorentz ya da Coulomb ayarlarından herhangi birisinde vektör potansiyelinin sağladığı denklemi çıkartınız.

Soru 1) Aşağıdaki integral denklem veriliyor,

$$\phi(x) = f(x) + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x-y|} \phi(y) dy \quad (1)$$

Burada bilinen fonksiyon $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ olarak tanımlıdır ve Fourier dönüşümünü $\tilde{f}(k) = -i2/k$ olarak verilmiştir.

a) $\tilde{f}(k)$ nin doğruluğunu kontrol ediniz,

b) (1) denkleminin her iki yanının Fourier dönüşümünü alarak $\tilde{\phi}(k)$ nin ifadesini bulunuz.

c) $x > 0$ kabul ederek $\tilde{\phi}(k)$ nin ters dönüşümünden $\phi(x)$ i bulunuz.

[Not: $e^{-|x|}$ in Fourier dönüşümü $\frac{2}{k^2 + 1}$ dir.]

Soru 2) Aşağıdaki denklem veriliyor,

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{l(l+1)}{x^2} \right) \psi(x) = -\psi(x)$$

(1)

ve bu denklem Green fonksiyonu yöntemiyle çözülmek isteniyor.

a) $G(x, x')$ Green fonksiyonu hangi denklemi sağlar ve $\psi(x)$ çözümü $G(x, x')$ cinsinden nasıl ifade edilebilir?

b) türdeş denklem $\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{l(l+1)}{x^2} \right) \psi(x) = 0$ için iki bağımsız çözüm $\psi_H(x) \propto x^{l+1}$ ve $\psi_H(x) \propto x^{-l}$ olduğuna göre bunlar cinsinden (bunlar yardımıyla) $G(x, x')$ 'yü elde ediniz.

Soru 3) Aşağıdaki ikinci dereceden parçalı türevli diferansiyel denklem veriliyor,

$$x^2 u_{xx} - 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} = e^x$$

(1)

a) Denklemin tipi nedir?

b) $s = 2 \sin xy$, $t = x$ değişken dönüşümü yapıldığında yeni bilinmeyen $U(s, t)$ nin s, t cinsinden sağlayacağı diferansiyel denklem nedir? Yeni denklemin tipi nedir?

Soru 4) Aşağıdaki integral denklem veriliyor,

$$\phi(x) = 1 + \int_0^1 (1+x)^{\nu} (1+y)^{\nu} \phi(y) dy$$

(1)

a) Bildiğiniz bir çözüm tekniğini uygulayarak ν 'nün hangi değerleri için çözümün var olduğunu belirleyiniz.

b) $\phi(x)$ 'i bulunuz ve kısaca tartışınız.

Soru 5) $\theta(t)$ Heaviside (basamak) fonksiyonu olmak üzere aşağıdaki Volterra integral denklemi veriliyor,

$$u(t) = 1 + \lambda \int_0^t \theta(t-t_1) u(t_1) dt_1, \quad 0 \leq t < \infty \quad (1)$$

a) Laplace dönüşümü yöntemi ile denklemi çözünüz,

b) Hangi λ değerleri için çözümün var olduğunu kısaca tartışınız.

Soru 6) Aşağıdaki 2. Tip Fredholm integral denklemi veriliyor,

$$\phi(x) = x^2 + \lambda \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} \phi(y) dy, \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (1)$$

a) λ parametresini $\lambda=1/2$ olarak verilen denklemi çözünüz.

b) λ 'nın hangi değerleri için çözüm vardır? Kısaca tartışınız.

Not: Karşılaştığımız belirli integralleri kendiniz hesaplamaya çalışınız, ayrıca Gama fonksiyonu aşağıdaki bağıntı geçerlidir.

$$\frac{\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)}{2a^{(m+1)/2}} = \int_0^{\infty} x^m e^{-ax^2} dx$$