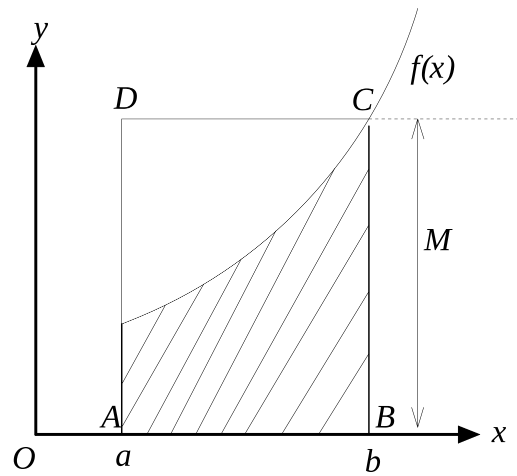
5.3. MONTE-CARLO YÖNTEMİ

Monte-Carlo yöntemi, adındanda anlaşılacağı gibi bu ismi kumarhaneler şehri Monte-Carlo dan almaktadır. Burada bir yönteme göre rasgele sayılar elde edilerek (bir tür kumar oynayarak) bu rasgele sayıların integral işlemlerinde kullanımı gösterilecektir. Bilgisayar, rasgele sayıları hızlı bir şekilde üretebilir. Monte-Carlo yöntemi, bilim ve mühendislik dallarında analitik olarak çözümü zor olan problemlerde kullanılabilir. Ard arda olabilecek her olay (bu bir deneyde olabilir) için bir rasgelelik varsa, bu olay/deney yada incelenen bir sistem bu olasıklardan yararlanarak tanımlanabilir.

Örnek olarak bir eğrinin altında kalan alan (eğrinin fonksiyonunun integrali) Monte-Carlo yöntemine göre hesaplanabilir.



Şekil 5.6. Monte-Carlo yöntemine göre integral hesabı.

Şekil 5.6 dan görüleceği gibi ABCD dörtgeninin (yatay) kenarının $[a,\ b]$ ve yüksekliğinin de M olduğunu gözönünde bulunduralım. Bu durumda dörtgenin alanı $M(b-a)$ şeklinde olacaktır. Şimdi böyle bir dörtgene rasgele oklar attığımızı düşünelim yani rasgele sayılar üretelim. Bu oklardan taralı bölgeye isabet eden oklar sayılarak toplam ok sayısına bölünür. Bu orandan yaralanarak Monte-Carlo yöntemine göre integral hesabı yapılabilir. İntegral hesabı için burada iki tane rasgele sayının üretilmesi gerekmektedir. Bu tasgele sayılardan birisi $[a,\ b]$ aralığındaki x için, diğeri ise OM aralığındaki y değeri için olacaktır. y sayısının OM aralığında olup olmadığı, $f(x)$ fonksiyonundan elde edilen sayı ile karşılaştırılarak anlaşılır. Rasgele sayı taralı bölgeye isabet eden bir sayı ise bunu integral işleminde kullanırız. Eğer $y-f(x)$ değeri negatif veya sıfır ise rasgele sayı taralı bölgeye isabet etmiştir demektir. Bu şekilde binlerce rasgele sayı üretilerek $(x,\ y)$ ikilileri elde edilerek integral için değerler elde etmiş olur. Bu yöntemle ilgili olan algoritma ve akış diyagramı (Şekil 5.7) aşağıda verilmektedir.

Bu yöntemde şu şekilde bir yaklaşım yapılmıştır:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \lim_{n \to \infty} h \sum_{i=1}^{n} f(x_i)$$
$$I_h = \frac{(b-a)}{N} \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \tag{5.9}$$

Bir fonksiyonun integralini Monte-Carlo yöntemine göre alırken,

(**1**) İki tane rasgele sayı x ve y için üretilir ($a \leq x \leq b$ ve $0 \leq y \leq M$),

(**2**) $P_a = \frac{\text{Taralı bölgeye düşen rasgele sayı adedi}}{\text{Toplam üretilen sayı adedi}}$ oranını hesaplanır,

(**3**) Sonuç hesaplanır.

Monte-Carlo yöntemini kullanırken bir sayının tekrar türetilmemesine dikkat edilmelidir. Yani sayı üreteci çok iyi çalışmalıdır. Şekil 5.7 de Monte-Carlo yönteminin akış diyagramı verilmektedir. Akış diyagramındaki j/i oranı taralı alana düşen sayı oranını vermektedir. Aşağıdaki örnekte Monte-Carlo yöntemine göre sayısal integral alan bir FORTRAN programı verilmektedir.

Örnek 5.4. $f(x) = x*x$ fonksiyonunun integralini $[0, 2]$ aralığında Monte Carlo yöntemine göre hesaplayan bir FORTRAN programı yazınız.

```
c Bu program Monte-Carlo (rasgele sayı) yontemine gore
c integral hesabi yapar,
c a ve b integralin sinir degerleri
      real m
c satir fonksiyonu tanimi
      f(x)=x*x
c integralin alt siniri
      a=0.
c integralin ust siniri
      b=2.
c rasgele sayi uretim adedi
      n=30000
c dusey olarak f(x) in alabilecegi maksimum deger
      m=f(b)
c rasgele sayi uretimi
10    call RANDOM(x)
c x skala
      x=x*b
      call RANDOM(y)
c y skala
      y=y*m
c rasgele sayi 0<=y<=f(b) araliginda ise j sayaci 1 artar
      if(y.lt.f(x))j=j+1
c toplam uretilen sayi miktari
```

```
      i=i+1
      if(i.lt.n)goto 10
c integral sonucu
      a=m*(b-a)*float(j)/float(i)
      write(*,*)'Integral : ', a
      end

      Integral : 2.645
```

Yukarıda elde edilen sonuç analitilk olarak $\frac{x^3}{3} = \frac{8}{3} = 2.667$ değeri ile karşılaştırılabilir. Yukarıdaki Fortran programındaki rasgele sayı üreteci RANDOM(x) ile üretilen değerlere dikkat edilmesi gerekmektedir.