

**Doktora Yeterlik Sınavı**  
**Elektrodinamik**

1. Statik bir yük dağılımının yarattığı elektrik alanı şu şekilde veriliyor :  $\hat{E} = C \frac{e^{-br}}{r^2} \hat{r}$   
 Burada C ve b verilmiş belli sabitlerdir.
  - a) Bu yük dağılımı nedir ? Grafiğini çiziniz.
  - b) Toplam yük ne kadardır ?
2. b yarıçaplı iletken bir kürenin üzerinde Q elektrik yükü vardır.
  - a) Bu sistemin sığası nedir ?
  - b) Küre merkezinden r kadar uzaktaki elektrik alan şiddeti nedir ?
  - c) Alanda depolanmış toplam enerji ne kadardır ?
  - d) Q yükünü sonsuzdan küre yüzeyine getirebilmek için yapılan iş ne kadardır ?
  - e) Yarıçapları a ve b olan (  $a < b$  ) eşmerkezli iki iletken küre arasında V elektrik potansiyeli uygulanıyor. a ne olmalıdır ki iç kürenin üzerindeki elektrik alan şiddeti minimum olsun ?
3. R yarıçaplı ve dielektrik maddeden yapılmış bir kürenin dışında,  $r = b$  'de, noktasal bir Q yükü bulunmaktadır ? Bu yüke etkiyen kuvveti ve küre dışındaki bölgede elektrik alanını hesaplayınız.
4. xy düzleminde bulunan a yarıçaplı bir çemberin üzerinde Q yükü düzgün olarak dağılmıştır. Çemberin merkezinden geçen ve ona dik olan eksen z olsun.
  - a) z eksenindeki herhangi bir noktada potansiyeli ve elektrik alanını bulunuz.
  - b) z eksenindeki herhangi bir (r,  $\theta$ ) noktasında potansiyeli bulunuz.
5. q yüklü bir parçacık sonsuz uzunluktaki bir tele paralel olarak v hızıyla hareket etmektedir. Telin üzerinde  $\lambda$  çizgisel yük yoğunluğu vardır ve telin içinden I akımı geçmektedir. q yükünün hareketi sırasında tele paralel kalabilmesi için hızı ne olmalıdır.
6. a) Aşağıda verilen skaler ve vektör potansiyellere karşı gelen elektrik ve manyetik alanları ile yük ve akım dağılımlarını bulunuz.

$$\Phi(\vec{r}, t) = 0 ; \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qt}{r^2} \hat{r}$$

- b) Ayar fonksiyonu olarak  $\lambda = -(1/4\pi\epsilon_0)(qt/r)$  alınırsa yukarıdaki potansiyeller ve alanlar ne şekilde dönüşür ? Sonucu yorumlayınız.

FZM507 Uyg. Kuantum Mek. – I

S. 1- Yarıçapsal momentum işlemcisi  $p_r = \frac{\hbar}{i} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r$  ile verildiğine göre a) Hidrojen atomu bağlı durum

fonsiyonu  $\psi_{100}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$  için  $p_r$  nin beklenen değerini hesaplayınız. b)  $r$

konum işlemcisinin beklenen değerini hesaplayınız. Not:  $\int x^n e^{ax} dx = \frac{x^n e^{ax}}{a} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax} dx$

S. 2- Bir boyutta  $-\pi \leq x \leq \pi$  konum uzayında  $V(x) = a \cdot \theta(x)$  potansiyel fonksiyonu veriliyor,  $a$  sabit,

$\theta(x)$  basamak fonksiyonudur. a) Momentum işlemcisi  $p_x$  in konum uzayında ifadesi nedir? b)

$[V(x), p_x]$  komütatörünü daha açık bir şekilde ifade ediniz. c)  $\psi_n(x) = |n\rangle = A \cdot \sin(nx + \alpha)$

ise,  $\langle n|[V(x), p_x]|n\rangle$  matris elemanının değerini hesaplayınız. d)  $\psi_n(x)$  i normalize ediniz.

S. 3- Bir boyutta ve  $\hbar = m = 1$  birimlerinde,  $\lambda$  pozitif olmak üzere

$$-\frac{1}{2}\psi''(x) - \lambda\delta(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad , \quad -\infty < x < \infty \quad (1)$$

Schrödinger denklemi veriliyor. a)  $\psi_0(x) = \sqrt{\lambda} e^{-\lambda|x|}$  in özfonksiyon olduğunu doğrulayınız.

b) Verilen  $\psi_0(x)$  a ait  $E_0$  özdeğerini bulunuz. c)  $\psi_0(x)$  in normalize olduğunu gösteriniz.

d) Denklem (1) deki  $\psi(x)$  in  $x = 0$  komşuluğundaki türevi  $\psi(x)'$  ne gibi bir koşul sağlar?

FZM508 Uyg. Kuantum Mek. – II

S. 1- Küresel dalga fonksiyonu  $\psi(r) = \frac{A}{r} e^{ikr}$  veriliyor, burada  $A$  ,  $k$  sabittir. A) akım

yoğunluğunu bulunuz. b) Üst yarım küreden çıkan toplam akımı nasıl hesapladığınızı hesabın

ayrıntısını vererek gösteriniz. Not: Yarıçapsal momentum işlemcisi  $p_r = \frac{\hbar}{i} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r$  dir.

S. 2- Üç boyutta ve  $\hbar = 2m = 1$  birimlerinde küresel simetrik dalga fonksiyonu  $\psi(r) = \frac{U(r)}{r}$  ifade-

sini  $-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{C}{r^2} \psi = E\psi$  denkleminde yerine koyduğumuzda a)  $U(r)$  nin sağlaması

gereken denklemi bulunuz,  $C$  pozitif bir sabittir. b)  $E = 0$  için  $U(r)$  denkleminde çözümü

$U(r) = ar^l$  şeklinde aradığımızda  $C$  nindeğeri  $l$  cinsinden ne olur?

S. 3- Bir ortamdaki elektromanyetik alanın  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  elektrik alanı a) Yalnızca  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  gibi bir vektör

potansiyelinden elde edilebiliyorsa elektron-alan etkileşme Hamiltoniyeni  $H_1$  nedir? b) Elektrik

alan yalnızca  $\phi(\mathbf{r}, t)$  gibi bir skaler potansiyelden türetilabiliyorsa  $H_1$  nedir?

FZM535 Mühendislik Matematiği – I

S.1- x,y düzleminde  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$  ile tanımlanan dikdörtgen bölge içinde

$$\mathcal{L}u(x, y) = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) u(x, y) = xy \quad (1)$$

denklemini çözülmek isteniyor. Sınır koşulları bütün kenarlar üzerinde  $u=0$  olarak verilmiştir.

a) Bu denklemin çözümü için tanımlanan  $G$  Green fonksiyonu nasıl bir denklem sağlar?  $G$  yardımıyla  $u(x, y)$  çözümü nasıl ifade edilebilir? b)  $G$  yi  $\mathcal{L}$  nin özfonksiyonları cinsinden

açılım şeklinde yazınız, b)  $u(x, y)$  yi hesaplayınız. Not:  $\int x \sin Ax. dx = \frac{\sin Ax}{A^2} - \frac{x \cos Ax}{A}$

S.2-  $H(x)$  basamak (Heaviside) fonksiyonu olmak üzere, a)  $f(x) = H(x+1) - H(x - 1)$  şeklinde

tanımlanan  $f(x)$  in grafiğini çizimle gösteriniz, b)  $f(x)$  in Fourier dönüşümünü hesaplayınız,

c) bulduğunuz Fourier dönüşümünü kullanarak  $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(k)|^2 dk$  Parseval

bağıntısını doğrulayınız. Not:  $I = \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = \frac{\pi}{2}$  dir,  $F(k)$  yi bulamadıysanız Parseval

eşitliğinin genel ispatını kendi bildiğiniz yoldan yapmaya çalışınız.

S.3- Üç boyutlu sonsuz ortamda

$$\nabla^2 u(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}) \quad (1)$$

denklemini veriliyor. a) Bildiğiniz herhangi bir yöntemi uygulayarak denklemin özel çözümünü

bulunuz. b) Denklemin sağındaki  $\delta(\mathbf{r})$  teriminin  $x, y, z$  cinsinden yazımını veriniz.

FZM536 Mühendislik Matematiği – II

S.1- Verilen (1) denklemini için  $C_1(x) = \int_0^x B_1(y) \psi(y) dy$ ,  $C_2(x) = \int_0^x B_2(y) \psi(y) dy$  tanımlanıyor.

$$\psi(x) = g(x) + \lambda \int_0^x [A_1(x)B_1(y) + A_2(x)B_2(y)] \psi(y) dy \quad (1)$$

Bu iki değişkenin türevleri arasındaki bağıntıyı bulunuz.

S.2- Aşağıdaki integral denklem Fourier dönüşümü yöntemi ile çözülmek isteniyor,

$$\phi(x) = 1 + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x-y)^2} \phi(y) dy \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (1)$$

ve bu amaçla gerekirse kullanılmak üzere şu bağıntı veriliyor,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} e^{-ikz} dz = e^{-k^2/4} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-[z+i\frac{k}{2}]^2} dz = e^{-k^2/4} \int_{-\infty+i\frac{k}{2}}^{\infty+i\frac{k}{2}} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi} e^{-k^2/4} \quad (2)$$

İntegral denklemin çözümünü bulunuz.

S.3- Aşağıdaki integral denklem veriliyor,

$$\phi(x) = 1 + \lambda \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x-y)^2} \phi(y) dy \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (1)$$

a) Denklemini yineleme (iteration) yöntemi ile çözünüz. b)  $\lambda$  için bir kısıtlama var mıdır? Varsa

tartışınız. Not:  $I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(ax^2+bx+c)} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{(b^2-4ac)/4a}$